Équations

N16

1. Vocabulaire

Définitions :

➪ Une **inconnue** est une lettre qui désigne un nombre inconnu. (x ou n ou $\ldots$)
➪ Une **équation** est une égalité qui contient une ou plusieurs inconnues. ($10x - 2 = 2x + 3$)
➪ Un nombre est **solution** d'une équation quand l'égalité est vérifiée lorqu'on remplace l'inconnue par ce nombre. (2 est solution de l'équation $x + 3 = 5$)
➪ **Résoudre une équation**, c'est trouver toutes les solutions de l'équation.

2. Vérifier si un nombre est solution d'une équation

① On calcule **séparément** le membre de droite et le membre de gauche de l'équation en remplaçant l'inconnue par sa valeur numérique ;

② on compare les deux résultats ;

➪ s'ils sont égaux, le nombre est solution de l'équation ;
➪ s'ils sont différents, le nombre n'est pas solution de l'équation.

Exemple 1 : Le nombre 5 est-il solution de l'équation $2x + 3 = 6x - 17$?

- $2x + 3 = 2 \times 5 + 3 = 10 + 3 = 13$
- $6x - 17 = 6 \times 5 - 17 = 30 - 17 = 13$

Les résultats sont égaux, donc 5 est solution de l'équation $2x + 3 = 6x - 17$.

Exemple 2 : Le nombre -2 est-il solution de l'équation $4(x - 2) = 3x + 6$?

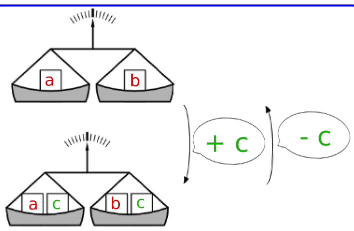
- $4(x - 2) = 4(-2 - 2) = 4 \times (-4) = -16$
- $3x + 6 = 3 \times -2 + 6 = -6 + 6 = 0$

Les résultats sont différents, donc -2 n'est pas solution de l'équation $4(x - 2) = 3x + 6$.

3. Résolution d'équations

① Avec des additions ou des soustractions

Une égalité reste vraie en **ajoutant** ou en **soustrayant** un **même nombre** aux deux membres d'une égalité.



Si $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ alors $\mathbf{a} + \mathbf{c} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ et si $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ alors $\mathbf{a} - \mathbf{c} = \mathbf{b} - \mathbf{c}$

Exemple 1 : Résous l'équation $x + 7 = 5$.

$x + 7 = 5$
$x + 7 - \mathbf{7} = 5 - \mathbf{7}$ On soustrait **7**
$x = -2$. La solution est -2

Exemple 2 : Résous l'équation $x - 8 = 2$.

$x - 8 = 2$
$x - 8 + \mathbf{8} = 2 + \mathbf{8}$ On ajoute **8**
$x = 10$. La solution est 10

② Avec des multiplications ou des divisions

Une égalité reste vraie en **multipliant** ou en **divisant** par un **même nombre les deux** membres d'une égalité.

Si $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ alors $\mathbf{a} \times \mathbf{c} = \mathbf{b} \times \mathbf{c}$ et si $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ alors $\mathbf{a} \div \mathbf{c} = \mathbf{b} \div \mathbf{c}$

Exemple 3 : Résous l'équation $3x = 7,2$.

$3x = 7,2$
$3x \div \mathbf{3} = 7,2 \div \mathbf{3}$ On divise par **3**
$x = 2,4$. La solution est $2,4$

Exemple 4 : Résous l'équation $\dfrac{x}{4} = 5$.

$\dfrac{x}{4} = 5$
$\dfrac{x}{4} \times \mathbf{4} = 5 \times \mathbf{4}$ On multiplie par **4**
$x = 20$. La solution est 20

③ Avec les quatre opérations

On applique des opérations successives aux deux membres de l'équation pour avoir l'**inconnue d'un seul côté** de l'égalité.

Exemple 5 : Résous l'équation $3x + 4 = 0$.

$3x + 4 = 0$ $\quad \mathbf{-4}$
$3x + 4\mathbf{-4} = 0\mathbf{-4}$
$3x = -4$ $\quad \mathbf{\div 3}$
$3x\mathbf{\div 3} = -4\mathbf{\div 3}$
$x = -\dfrac{4}{3}$. La solution est $-\dfrac{4}{3}$

Exemple 6 : Résous l'équation $5x - 8 = 7x - 2$.

$5x - 8 = 7x - 2$ $\quad \mathbf{-7x}$
$5x - 8\mathbf{-7x} = 7x - 2\mathbf{-7x}$
$-2x - 8 = -2$ $\quad \mathbf{+8}$
$-2x - 8\mathbf{+8} = -2\mathbf{+8}$
$-2x = 6$ $\quad \mathbf{\div(-2)}$
$-2x\mathbf{\div(-2)} = 6\mathbf{\div(-2)}$
$x = -3$. La solution est -3.

4. Modéliser un problème pour le résoudre

① On **choisit les inconnues**, en général, le nombre correspondant à ce qui est demandé dans la question convient ;
② on **traduit le texte** par des écritures mathématiques ;
③ on **résoud** la ou les équations obtenues ;
④ on **répond** à la question posée.

Exemple : La recette d'un match s'est élevée à 5 615 €. Les spectateurs avaient le choix entre deux types de place :
les places « tribunes » à 8 € la place ou les places économiques à 5 € la place.
On sait qu'il y a eu 1 000 spectateurs à ce match.
Combien de places « tribunes » ont été vendues ? Combien de places « économiques » ont été vendues ?

① Soit x le nombre de places « tribunes ».
② Le nombre de places économiques est : $1\,000 - x$
Les places « tribunes » apportent (en €) : $8 \times x$
Les places « économiques » apportent (en €) : $5 \times (1\,000 - x)$
La vente des places apporte (en €) : $8 \times x + 5 \times (1\,000 - x)$
La recette du match s'est élevée à 5 615 €, on obtient donc l'équation :
$8 \times x + 5 \times (1\,000 - x) = 5\,615$
③ On résoud l'équation :
$8 \times x + 5 \times 1\,000 - 5 \times x = 5\,615$
$8 \times x - 5 \times x + 5\,000 = 5\,615$
$3x + 5\,000 = 5\,615$
$3x + 5\,000 - 5000 = 5\,615 - 5000$
$3x = 615$
$3x \div 3 = 615 \div 3$
$x = 205$.
④ Il y a eu 205 places « tribunes »
$1\,000 - 205 = 795$. Il y a eu 795 places « économiques »

As-tu bien compris ? ☺ 😐 ☹ **N16**

✯Exercice 1

1. 3 est-il solution de l'équation $3n + 4 = 12$?
2. 4 est-il solution de l'équation $4x - 7 = 9$?
3. -2 est-il solution de l'équation $5x + 4 = 3x + 8$?
4. 3 est-il solution de l'équation $3y - 7 = -2y + 8$?

✯Exercice 2

Résous les équations ci-dessous :

1. $x - 8 = 12$
2. $m + 9 = 13$
3. $6y = 15$
4. $-4x = 11$
5. $5x - 7 = 9$
6. $-3x + 15 = 9$
7. $6x - 5 = 4x + 9$
8. $3x + 7 = 8x - 1$
9. $7x - 4 = 3x - 9$

✯Exercice 3

Dans une boulangerie, une tartelette à la fraise coûte 0,25 € de plus qu'une religieuse. Melody achète 7 tartelettes à la fraise et trois religieuses. Elle paie 18,25 € au total.

Quel est le prix d'une tartelette à la fraise ? Quel est le prix d'une religieuse ?

✯Exercice 4

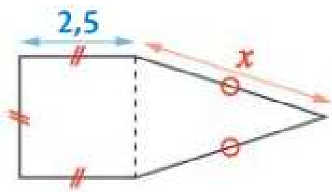
Amandine achète 5 croissants et un gâteau à 4 €. Elle paie le même prix que la cliente précédente qui a acheté 7 croissants et un pain à 1 €.

Quel est le prix d'un croissant ?

✯Exercice 5

Sur la figure ci-contre, les longueurs sont données en centimètre.

Pour quelle valeur de x, le périmètre de cette figure est-il égal à 13,9 cm ?



✯Exercice 6

On considère la figure ci-contre où les dimensions sont données en centimètre et les aires en cm^2. $ABCD$ est un rectangle et DCF est un triangle rectangle en D.

Détermine la valeur de x afin que le rectangle $ABCD$ et le triangle DCF aient la même aire