

1. Définition

Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers signifie écrire ce nombre comme le **produit** de nombres, tous ces nombres étant **des nombres premiers**.

Exemples : • $20 = 2 \times 2 \times 5$ est une décomposition en produit de facteurs premiers de 20 : 2 ; 2 ; et 5 sont des nombres premiers : chacun des facteurs est un nombre premier.

- $231 = 3 \times 7 \times 11$ est une décomposition en produit de facteurs premiers de 231.
- $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$ est une décomposition en produit de facteurs premiers de 225.

2. Méthode

Pour décomposer un nombre en produit de facteurs premiers, il faut connaître la liste des premiers nombres premiers : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ...

Exemple : Décompose 84 en produit de facteurs premiers.

⇨ **1er nombre premier : 2**, on teste si 84 est divisible par 2.

La réponse est oui et on a : $84 \div 2 = 42$

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & \end{array}$$

On recommence en testant si 42 est divisible par 2.

La réponse est oui et on a : $42 \div 2 = 21$

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & \end{array}$$

On recommence en testant si 21 est divisible par 2.

La réponse est non.

⇨ **2ème nombre premier : 3**, on teste si 21 est divisible par 3.

La réponse est oui et on a : $21 \div 3 = 7$

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & \end{array}$$

⇨ **7 est un nombre premier** et $7 \div 7 = 1$.

⇨ Lorsqu'on trouve 1, on lit la décomposition en produit de facteurs premiers dans la colonne de droite. On a donc :

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

3. Application à la simplification de fractions

On dit qu'une fraction est **irréductible** lorsque l'on ne peut plus la simplifier.

Exemple : Rends irréductible la fraction $\frac{60}{126}$.

Pour rendre une fraction irréductible, on décompose son numérateur et son dénominateur en produits de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{On a : } \frac{60}{126} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

$$\text{Ainsi, } \frac{10}{21} \text{ est la fraction irréductible égale à } \frac{60}{126}.$$



★ **Exercice 1**

Donne la décomposition en produits de facteurs premiers des nombres suivants :

①. 315

②. 165

③. 1 716

★ **Exercice 2**

Donne les fractions suivantes sous la forme d'une fraction irréductible (pense à utiliser les décompositions en produits de facteurs premiers) :

①. $\frac{1\ 716}{165}$

②. $\frac{315}{165}$

③. $\frac{225}{117}$